

**Питання до іспиту із спецкурсу “Гауссові міри  
в гільбертових просторах”, 1 курс магістрів, 2011**

Надалі  $H$  та  $B$  позначають сепарабельний дійсний нескінченновимірний простір Гільберта та Банаха, відповідно.

1. Формула заміни змінної. Інваріантність міри Лебега.
2. Відсутність інваріантної міри в  $H$ .
3. Гауссова міра в евклідовому просторі та її інваріантність.
4. Метричний простір усіх послідовностей. Теорема про те, що циліндрична та борелева  $\sigma$ -алгебри збігаються.
5. Продакт-міра в просторі усіх послідовностей.
6. Стандартна гауссова міра в просторі усіх послідовностей. Ознака Колмогорова-Хінчіна.
7. Побудова гауссової міри в  $l_2$  через продакт-міру.
8. Оператори Гільберта-Шмідта. Полярний розклад оператора.
9. Ядерні оператори.
10. Борелева міра в  $H$ . Теорема про обмеженість моментної форми.
11. Кореляційний оператор міри як  $S$ -оператор.
12. Згортка мір. Розподіл суми незалежних випадкових елементів.
13. Характеристичний функціонал та його властивості. Властивості додатно визначеної функції.
14. Теорема Мінлоса-Сазонова.
15. Приклад: коли експоненційна функція задає характеристичний функціонал?
16. Гауссова міра в  $H$  та її характеристичний функціонал.
17. Розклади гауссової міри та гауссового випадкового елементу.
18. Носій гауссової міри.
19. Інваріантність гауссової міри.
20. Експоненційні моменти гауссової міри в  $H$ .
21. Гауссова міра в  $B$ .
22. Теорема Ферніка.
23. Абсолютна неперервність та сингулярність мір в  $R^\infty$ .
24. Абсолютна неперервність та сингулярність гауссових мір в  $R^\infty$ .
25. Абсолютна неперервність та сингулярність гауссових мір в  $H$  з однаковими кореляційними операторами.