

Питання на 2-й колоквіум з ФА, 2015 рік

1. Умови предкомпактності кулі в ЛНП.
2. Приклади компактних операторів: інтегральні оператори з виродженим ядром та з неперервним ядром.
3. Теорема про рівномірну границю компактних операторів.
4. **Основна теорема про компактні оператори в \mathbf{H} .**
5. Компактність оператора Гільберта-Шмідта.
6. Оператор, спряжений до компактного.
7. Обмеженість спектра.
8. Замкненість спектра.
9. **Непорожність спектра.**
10. **Спектральний радіус і формула для його обчислення.**
11. Спектральний радіус оператора Вольтерра.
12. **Спектр самоспряженого оператора в \mathbf{H} .**
13. Ортогональність власних підпросторів самоспряженого оператора.
14. **Аналітична теорема Фредгольма в \mathbf{H} .**
15. Дефект оператора. Наслідки з аналітичної теореми Фредгольма.
16. **Теорема Ріса-Шаудера про спектр компактного оператора.**
17. **Альтернатива Фредгольма для рівнянь з компактними операторами.**
18. **Теорема Гільберта-Шмідта про компактний самоспряжений оператор.**
19. Теорема про ряд Шмідта компактного самоспряженого оператора.
20. **Теорема про розв'язок рівняння Фредгольма з виродженим ядром.**
21. Теорема про збіжність ряду Неймана в банаховому просторі.
22. Збіжність рядів Неймана для рівнянь Фредгольма і Вольтерра.
23. **Теорема про інтегральну резольвенту для неперервного ядра.**
24. **Теорема про інтегральну резольвенту для ядра Гільберта-Шмідта.**
25. **Теорема про інтегральну резольвенту для ядра Вольтерра.**
26. Альтернатива Фредгольма для інтегральних рівнянь.
27. Четверта теорема Фредгольма.
28. **Характеристичні числа та власні функції інтегрального рівняння з ядром $\min(t, s)$, $t, s \in [0, 1]$.**
29. Лема про неперервність розв'язків рівнянь з неперервним ядром. Альтернатива Фредгольма для рівнянь з неперервним ядром.
30. Розв'язання інтегральних рівнянь з симетричним ядром.
31. Теорема про білінійний розклад ядра.
32. Теорема Гільберта-Шмідта про інтегральний оператор з неперервним та симетричним ядром.
33. Теорема Діні.
34. Теорема про білінійний розклад другого повторного ядра.
35. Дві властивості додатно визначених інтегральних ядер.
36. **Теорема Мерсера.**