

**Питання до I модульної контрольної
з функціонального аналізу, 2011**

1. Ортогональність векторів гільбертового простору, ортогональне доповнення до множини.
2. Теорема про існування найближчого елемента в підпросторі.
3. Теорема про ортогональну проекцію. Ортогональна сума просторів. Ортогональний розклад гільбертового простору.
4. Поповнення ЛНП та гільбертових просторів.
5. Ортонормовані системи векторів. Теорема Піфагора. Властивості ОНС.
6. Мінімальна властивість коефіцієнтів Фур'є. Нерівність Бесселя.
7. Ортонормовані базиси (ОНБ): означення, єдиність розкладу. Теорема про характеристику ОНБ.
8. Рівність Парсеваля. Приклади базисів.
9. Процедура ортогоналізації Грама-Шмідта, існування ортонормованого базиса в сепарабельному гільбертовому просторі.
10. Ізометрія сепарабельних гільбертових просторів.
11. Лінійні, обмежені та неперервні функціонали. Рівносильність обмеженості та неперервності лінійного функціоналу.
12. Норма функціоналу, приклади її обчислення.
13. Спряжений простір та його повнота.
14. Теорема Рісса в H .
15. Лінійні функціонали в $l_p, 1 < p < \infty$.
16. Лінійні функціонали в $L_p(T, \mu), 1 < p < \infty$, та $C([a, b])$.
17. Простір L_∞ та спряжений до простору L_1 .
18. Продовження функціоналу з підпростору гільбертового простору. Продовження ЛНФ за неперервністю.
19. Продовження ЛНФ з підпростору на підпростір, розмірність якого більша на 1, із збереженням норми.
20. Теорема Гана-Банаха про продовження функціоналу в дійсному сепарабельному випадку.
21. Приклад неєдиного продовження ЛНФ із збереженням норми.
22. Наслідки з теореми Гана-Банаха.