

Програма до іспиту з елементів фінансової математики

1. Властивості півмартингалів.
 2. Приклади мартингалів і півмартингалів.
 3. **Нерівність для початкового капіталу за наявності хеджу.**
 4. **Розклад мартингала через базовий мартингал.**
 5. **Лема про існування мінімального хеджу.**
 6. Основна теорема про Європейський опціон.
 7. Зауваження про від'ємні компоненти портфеля для мінімального хеджу.
 8. **Європейський опціон без умови самофінансування.**
 9. Відсутність арбітражу на B-S ринку.
 10. **Вивід формули Кокса-Росса-Рубінштейна для ціни опціону купівлі.**
 11. **Паритет call – put: два способи доведення.**
 12. **Чисельний приклад побудови хеджу на ринку валют.**
 13. Врахування витрат в Європейському опціоні, коли витрати пропорційні поточній вартості акції.
 14. Вивід формули Блека-Шоулза безпосереднім підрахунком.
 15. **Вивід формули Блека-Шоулза дискретною апроксимацією: асимптотика першого доданка.**
 16. Вивід формули Блека-Шоулза дискретною апроксимацією: асимптотика другого доданка.
 17. Математичне сподівання мартингала і субмартингала в марковський момент часу.
 18. Необхідна умова для існування хеджу в Американському опціоні.
 19. **Основна теорема про Американський опціон.**
 20. Еквівалентність Американського і Європейського опціонів купівлі (call).
 21. Алгебраїчні властивості стохастичних експонент.
 22. Мартингальна характеристика самофінансованих стратегій – доведення через стохастичні експоненти.
-
23. **Максимізація логарифму від капіталу в моделі Кокса-Росса-Рубінштейна.**
 24. **Перша теорема про відділеність опуклих множин.**
 25. Друга теорема про відділеність опуклих множин і наслідок.
 26. Лема: якщо математичне сподівання стохастичної послідовності в марковський момент є сталим, то ця послідовність – мартингал.
 27. Теорема Гаррісона-Пліски: з існування мартингальної міри впливає відсутність арбітражу.
 28. **Теорема Гаррісона-Пліски: з відсутності арбітражу впливає існування мартингальної міри.**
 29. З повноти ринку впливає єдиність мартингальної міри.
 30. **З єдиності мартингальної міри впливає повнота ринку.**
 31. З повноти ринку впливає розклад довільного мартингала.
 32. З розкладу довільного мартингала впливає повнота ринку.
 33. Застосування загальних теорем про повноту ринку та відсутність арбітражу.
 34. Ціна Європейського опціону з гладкою функцією виплат виражається через ціну опціону call.
 35. Структура областей зупинки в Американському опціоні для марковської моделі цін акцій.